

ДОКУМЕНТАЦИЈА ТЕХНИЧКОГ РЕШЕЊА

„ Софтвер за ламинарно струјање флуида и пренос топлоте“

Аутори техничког решења

- *Др Милош Којић, ред. проф. у пензији, дописни члан САНУ*
- *Др Ненад Филиповић, ред. проф.*
- *Др Мирослав Живковић, ред. проф.*
- *Др Радован Славковић, ред. проф.*
- *Др Ненад Грујовић, ред. проф.*

Наручилац техничког решења

- Министарство за науку Републике Србије

Корисник техничког решења

- Институт за водопривреду "Јарослав Черни"
- Клинички центар Крагујевац

Година када је техничко решење урађено

- 2005-2007

Област технике на коју се техничко решење односи

- Рачунска механика

1. Опис проблема који се решава техничким решењем

Техничко решење, софтвер ПАК-Ф, припада области научно-техничких услуга, пројектовање и развој компјутерског софтвера. Софтвер се односи на ламинарно струјање флуида са преносом топлоте. Одређивање основних величина струјања флуида као што су брзине, смичући напон, притисак и температура или концентрација су добијени применом методе коначних елемената (МКЕ) за конкретан проблем.

Већина индустријских проблема захтева неки вид решавања струјања флуида. Спрега са преносом топлоте или конвективно дифузивним процесима се такође намеће у сложеним практичним проблемима. Корисници ових софтвера су заинтересовани за што је могуће прецизнијим дефиницијом струјања флуида, провођења топлоте или дистрибуција концентрације како би експлоатисали своја постројења на економски најприхватљивији начин.

2. Стање решености проблема у свету – приказ и анализа постојећих решења

Развијени софтвер је на нивоу познатих светских софтвера (FLUENT, CFX, ANSYS-CFD). Код већине комерцијалних софтвера прорачунска динамика флуида се заснива на употреби Навије-Стоксових једначина и једначина континуитета. Примена методе коначних елемената опште прихваћена прорачунска методологија у прорачунској динамици флуида.

При развоју софтвера ПАК-Ф коришћено је доста нових и оригиналних метода решавања струјања флуида, Пеналти стабилизациона метода, Мешовита формулација. Такође је имплементиран већи број 2Д и 3Д коначним елемената, са различитим бројем контурних чворова и међучворова. Применом специфичних метода оптимизације густине мреже избегавају се потенцијалне грешке које корисник софтвера може да направи у припреми података за прорачун око 3Д струјања флуида са провођењем топлоте.

3. Суштина техничког решења

Код спрегнутих проблема струјања флуида са провођењем топлоте као и конвективно дифузивних процеса јављају се велики проблеми у моделирању и конвергенцији решења. Оригиналноост овог софтвера је методологија стабилизацији и налажења оптималних параметара који за сваки пример са великим Рејнолдсовим бројем налази задовољавајуће решење. Неки проблеми струјања флуида се могу одредити аналитичким методама механике флуида. Међутим, примена аналитичких решења при сложеним геометријским конфигурацијама као и при сложеним граничним условима је немогуће користити. Из тог разлога је примена методе коначних елемената (МКЕ) у механици флуида са провођењем неминовна.

На основу савремених научних сазнања из области прорачуна динамике флуида са провођењем топлоте развијен је домаћи софтвер за дефинисање основних параметара струјања флуида. Под основним параметрима механике флуида подразумевамо брзину флуида у сва три правца, притисак флуида, смичуче напоне, температуру или концентрацију и градијенте истих величина у било којој геометрији. У софтвер су имплементирани најсавременије нумеричке методе (Пеналти метода, Итеративна метода решавања, паралелни солвер, и др.) за решавање проблема механике флуида реалних проблема.

Развијени софтвер је једноставан за употребу и подржан комплетном пратећом документацијом, одржавањем и обуком, са могућношћу брзе доградње модула по захтеву корисника. Посебно је значајно то што развијени софтвер у изворном коду може бити

доступан заинтересованим истраживачима како у нашој земљи тако и у иностранству за потребе даљих истраживања.

4. Детаљан опис техничког решења (укључујући и пратеће илустрације и техничке цртеже)

Развоју софтвера претходила је детаљна теоријска анализа заснована на примени методе коначних елемената на струјање флуида са провођењем топлоте.

Овде износимо основне поставке моделирања флуида методом коначних елемената. Подразумева се имплицитна формулација, тј. формулација у којој се услови баланса постављају за крај временског корака интеграције (Којић et al, 1998, Filipovic 1999, Којић et al, 2008).

Мешовита формулација. Једна од најчешће заступљених метода решавања струјања флуида је мешовита (брзине-притисци, v - p) формулација (Filipovic 1999). У овој формулацији истовремено се решавању оба физичка поља од интереса, брзина и притисак.

Овде ћемо предпоставити да имамо Њутнов флуид, тако да су једначине равнотеже облика. Поред једначина равнотеже, морају бити задовољени гранични услови који могу бити:

- задате брзине \bar{v}_i флуида на површини S_1 :

$$v_i = \bar{v}_i \Big|_{S_1} \quad (1)$$

- задате површинске силе F_i^S на површини S_2 :

$$\sigma_{ij} n_j = F_i^S \Big|_{S_2} \quad (2)$$

где су n_j компоненте јединичног вектора нормале на површину S_2 . У последњој једначини коришћена је Кошијева формула. Наравно, важи услов да површине S_1 и S_2 које се не преклапају чине укупну површину S ,

$$S_1 \cap S_2 = \emptyset \text{ i } S_1 \cup S_2 = S \quad (3)$$

Да би се добиле једначине баланса коначног елемента, примењује се Галеркинова метода (Којић et al, 1998). Полазимо од тога да се брзине v_u и притисак флуида p у пољу коначног елемента могу изразити коришћењем интерполационих функција и вредности у чворовима,

$$v_i = H_\alpha v_{i\alpha} \text{ i } p = G_\delta p_\delta \quad (0.0.1)$$

где су H_α интерполационе функције за брзину флуида, при чему је $\alpha=1,\dots,M$; G_δ су интерполационе функције за притисак, при чему $\delta=1,\dots,N$. Овде M и N представљају број чворова по елементу за брзину и притисак. Даље, ако једначине баланса помножимо, респективно, интерполационим функцијама H_α и G_δ и интегралимо по запремини коначног елемента, тако да добијемо једначине:

$$\rho \int_V H_\alpha \frac{\partial v_i}{\partial t} dV + \rho \int_V H_\alpha v_j v_{i,j} dV = - \int_V H_\alpha p_{,i} dV + \int_V \mu H_\alpha v_{i,jj} dV + \int_V H_\alpha F_i^V dV \quad (0.0.2)$$

$$\int_V G_\delta v_{i,i} dV = 0 \quad (0.0.3)$$

Ако се изврши парцијална интеграција и превођење прва два интеграла на десној страни (0.0.2) у површинске интеграле, добија се уместо (0.0.2):

$$\begin{aligned} & \rho \int_V H_\alpha \frac{\partial v_i}{\partial t} dV + \rho \int_V H_\alpha v_j v_{i,j} dV - \int_V H_{\alpha,i} p dV + \int_V \mu H_{\alpha,j} v_{i,j} dV = \\ & = \int_V H_\alpha F_i^V dV + \int_S H_\alpha (-pn_i + \mu v_{i,j} n_j) dS \end{aligned} \quad (0.0.4)$$

Код мешовите формулације **v-p** (брзина-притисак) и имплицитне интеграције, за дефинисање величине притиска се узимају интерполацијске функције увек за ред ниже него за брзине. У зависности од броја чворова по елементу и типа елемента код **v-p** мешовите формулације, искуствено је добијен број чворова по елементу (број интерполационих функција) за брзину и притисак; преглед је дат у Табели 1.

ТАБЕЛА 1 Тип елемента и броја чворова за брзину и притисак

Тип елемента	Број чворова по елементу	Број чворова по елементу за v и p	
		Брзина v	Притисак p
2-Д	4	4	1
	9	9	4
3-Д	8	8	1
	21	21	8
	27	27	8

Када се замене брзине и притисак из једначине (4) у једначине (7) и (6), добија се:

$$\begin{aligned} & \left[\rho \int_V H_\alpha H_\beta dV \right] \dot{v}_{\beta i} + \left[\rho \int_V H_\alpha H_\gamma v_{j\gamma} H_{\beta,j} dV \right] v_{\beta i} + \\ & \left[\int_V \mu H_{\alpha,j} H_{\beta,j} dV \right] v_{\beta i} - \left[\int_V H_{\alpha,i} G_\beta dV \right] p_\beta = \\ & = \int_V H_\alpha F_i^V dV + \int_S H_\alpha (-pn_i + v_{i,j} n_j) dS \end{aligned} \quad (8)$$

где су $\alpha, \beta = 1, 2, \dots, M$; $i, j = 1, 2, 3$, и

$$\left[\int_V G_\delta H_{\alpha,i} dV \right] v_{\alpha i} = 0, \quad \delta = 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

Претходне једначине се могу написати у матричном облику у облику

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{v}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{vv} + \mathbf{K}_{\mu v} & \mathbf{K}_{vp} \\ \mathbf{K}_{vp}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{R}_B + \mathbf{R}_S \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

где су:

матрица маса

$$(\mathbf{M}_v)_{i\alpha\beta} = \rho \int_V H_\alpha H_\beta dV = \rho \int_V \mathbf{H}^T \mathbf{H} dV \quad (11)$$

матрица конвективног члана

$$(\mathbf{K}_{vv})_{i\alpha\beta} = \rho \int_V H_\alpha H_\gamma v_{j\gamma} H_{\beta,j} dV = \rho \int_V \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{v}_1 \mathbf{H}_{,x_1} + \mathbf{H} \mathbf{v}_2 \mathbf{H}_{,x_2} + \mathbf{H} \mathbf{v}_3 \mathbf{H}_{,x_3}) dV \quad (12)$$

матрица вискозног члана

$$(\mathbf{K}_{\mu v})_{i\alpha\beta} = \int_V \mu H_{\alpha,j} H_{\beta,j} dV = \int_V \mu (\mathbf{H}_{,x_1}^T \mathbf{H}_{,x_1} + \mathbf{H}_{,x_2}^T \mathbf{H}_{,x_2} + \mathbf{H}_{,x_3}^T \mathbf{H}_{,x_3}) dV \quad (13)$$

матрица градијента притиска

$$(\mathbf{K}_{vp})_{i\alpha\delta} = - \int_V H_{\alpha,i} G_\delta dV = - \int_V \mathbf{H}_{,x}^T \mathbf{G} dV \quad (14)$$

вектор запреминских сила

$$(\mathbf{R}_B)_{i\alpha} = \int_V H_\alpha F_i^V dV = \int_V \mathbf{H}^T \mathbf{F}^V dV \quad (15)$$

вектор површинских сила

$$(\mathbf{R}_S)_{i\alpha} = \int_S H_\alpha (-pn_i + v_{i,j} n_j) dS = \int_S \mathbf{H}^T (-p\mathbf{n} + \mathbf{v}_{,x} \cdot \mathbf{n}) dS \quad (16)$$

овде су $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ вектори који садрже компоненте x, y, z чворова, респективно.

Пошто се у конвективном члану појављују брзине, проблем је нелинеаран и неопходан је итеративни поступак за решавање система једначина у временском кораку.

Брзина и притисак на крају корака се изражавају преко текућих вредности и прираштаја у итерацији,

$${}^{t+\Delta t} v_{i\alpha} = {}^{t+\Delta t} v_{i\alpha}^{(m-1)} + \Delta v_{i\alpha}^{(m)} \quad \text{и} \quad {}^{t+\Delta t} p_\delta = {}^{t+\Delta t} p_\delta^{(m-1)} + \Delta p_\delta^{(m)} \quad (17)$$

где је m текући број итерације. Такође се извод по времену из једначине (8) може написати преко Ојлерове шеме унапред ("форвард"):

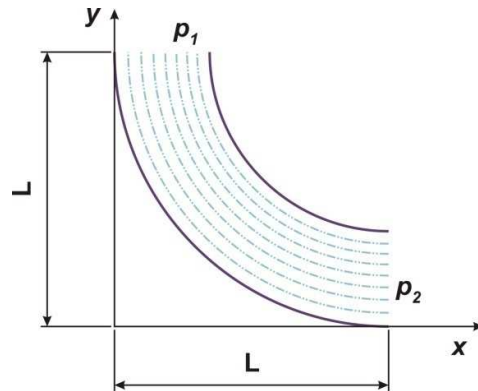
$${}^{t+\Delta t} \dot{v}_{i\alpha} = \frac{{}^{t+\Delta t} v_{i\alpha} - {}^t v_{i\alpha}}{\Delta t} = \frac{{}^{t+\Delta t} v_{i\alpha}^{(m-1)} + \Delta v_{i\alpha}^{(m)} - {}^t v_{i\alpha}}{\Delta t} \quad (18)$$

Када се изрази (17) и (18) замене у једначине (8) и (9), њихов матрични облик дат једначином (10) постаје (Filipovic et al 2004):

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta t} \mathbf{M}_v + {}^{t+\Delta t} \mathbf{K}_{vv}^{(m-1)} + {}^{t+\Delta t} \mathbf{K}_{\mu v}^{(m-1)} + {}^{t+\Delta t} \mathbf{J}_{vv}^{(m-1)} & \mathbf{K}_{vp} \\ \mathbf{K}_{vp}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{v}^{(m)} \\ \Delta \mathbf{p}^{(m)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} {}^{t+\Delta t} \mathbf{F}_v^{(m-1)} \\ {}^{t+\Delta t} \mathbf{F}_p^{(m-1)} \end{Bmatrix} \quad (19)$$

са матрицама које следе из ове замене. Једначина (19) се решава несиметричним солвером (Filipović 1999, Kojić et al, 2008) пошто је глобална матрица леве стране ове једначине несиметрична услед конвективног члана који је присутан због Ојлерове формулације флуида.

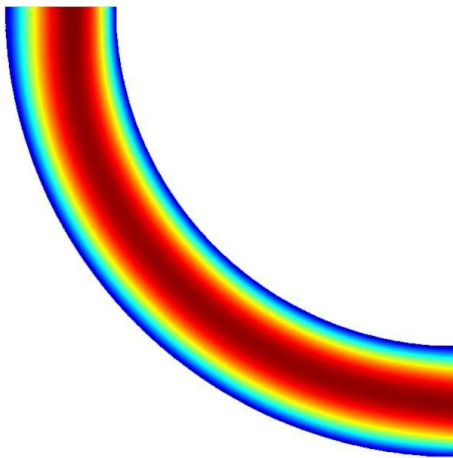
Решавана су 3 случаја – струјање у савијеној цеви, без проширења, са проширењем са сужењем. Гранични услов је задата разлика притиска на улазу и излазу. Геометрија је дата на слици 1.



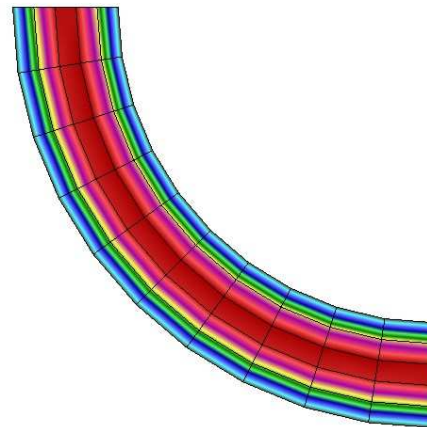
Slika 1- Geometrija strujanja

Следеће слике приказују решења за поље промене брзине коришћењем два различита софтвера.

- Случај закривљене цеви без проширења

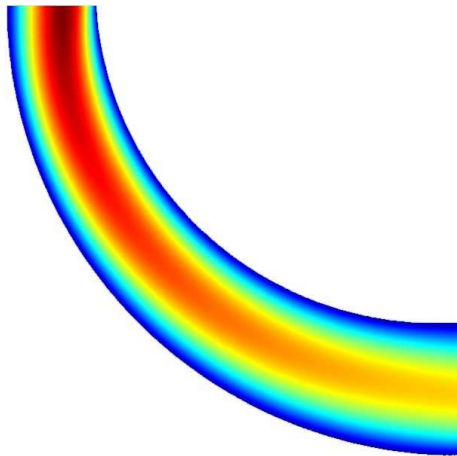


Слика 2а - Поље брзина- Palabos

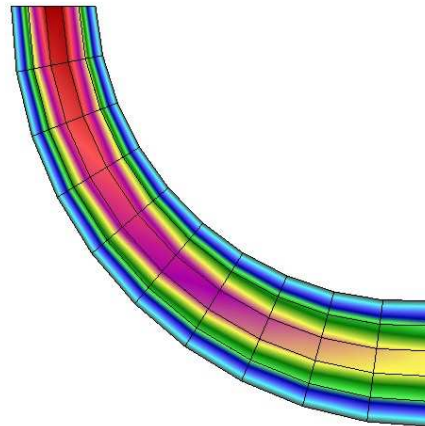


Слика 2б - Поље брзина- PakF

- Случај закривљене цеви са проширењем

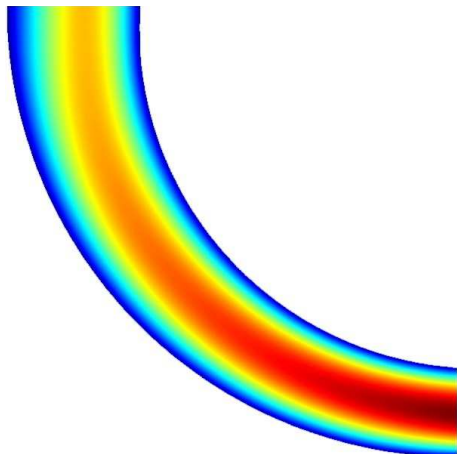


Слика 3а - Поље брзина- *Palabos*

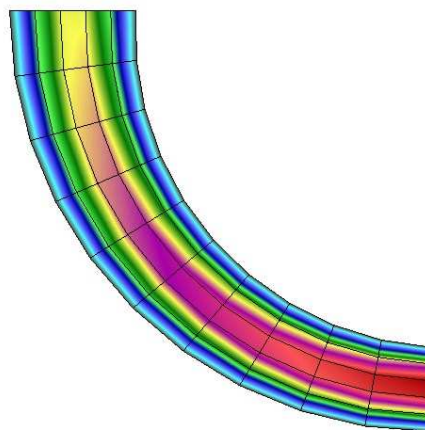


Слика 3б - Поље брзина- *PakF*

- Случај закривљене цеви са сужењем



Слика 4а - Поље брзина- *Palabos*



Слика 4б - Поље брзина- *PakF*

У следећој табели су дата поређења различитих софтвера брзина за средиште излазног пресека:

	Без проширења	Са проширењем	Са сужењем
Palabos	0,97576	0,64798	1,44861
PakF	0,99187	0,64837	1,4581

5. Литература

- Filipovic N (1999). Numerical Analysis of Coupled Problems: Deformable Body and Fluid Flow. Ph.D. Thesis, Faculty of Mech. Engrg., University of Kragujevac, Serbia.
- Filipovic N, Kojic M (2004). Computer simulations of blood flow with mass transport through the carotid artery bifurcation, *Theoret. Appl. Mech. (Serbian)*, 31(1), 1-33.
- Filipovic N, Mijailovic S, Tsuda A, Kojic M (2006a). An Implicit Algorithm Within The Arbitrary Lagrangian-Eulerian Formulation for Solving Incompressible Fluid Flow With Large Boundary Motions, *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, 195, 6347-6361.
- Filipovic N, Kojic M, Ivanovic M, Stojanovic B, Otasevic L, Rankovic V (2006b). MedCFD, Specialized CFD software for simulation of blood flow through arteries. University of Kragujevac, Serbia.
- Gerstein M, Levitt M, (2005) Simulating water and the molecules of life, *Scientific American (The Water of Life, Special Issue)*, 24-29.
- Hoogerbrugge P. J., Koelman J. M. V. A., (1992) Simulating microscopic hydrodynamic phenomena with dissipative particle dynamics, *Europhys. Lett.*, 19, 155-160.
- Jovanov, E., J. Price, D. Raskovic, K. Kavi, T. Martin, and R. Adhami (2000). Wireless Personal Area Networks in Telemedical Environment. Third International Conference on Information technology in Biomedicine, ITAB-ITIS 2000, pp. 22-27.
- Kojic M, Filipovic N, Zivkovic M, Slavkovic R, Grujovic N (1998). PAK-FS Finite Element Program for Fluid-Structure Interaction. Faculty of Mech. Engrg, University of Kragujevac, Serbia.
- Kojic M, Filipovic N, Zivkovic M, Slavkovic R, Grujovic N (1999). PAK-F Finite Element Program for Laminar Flow of Incompressible Fluid and Heat Transfer. Faculty of Mech. Engrg, University of Kragujevac, Serbia.
- Kojic M, Bathe KJ (2005). *Inelastic Analysis of Solids and Structures*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg.
- Kojic M., Filipovic N, Stojanovic B., Kojic N., (2008). Computer modeling in Bioengineering – Theoretical background, examples and software, J. Wiley.

Одлуком Наставно-научног већа Машинског факултета у Крагујевцу бр 01-1/1128-14 од 22.04.2010. године именовани смо за рецензенте предлога техничког решења:

„Софтвер за ламинарно струјање флуида и пренос топлоте“-ПАК-Ф

аутора: Милош Којић, Ненад Филиповић, Мирослав Живковић, Радован Славковић, Ненад Грујовић. На основу предлога овог техничког решења подносимо следећи

УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ

ПРИМЉЕНО: 04 JUN 2010

Орг. јед.	Број	Прилог	Вредност
01-1/1128-14		1	

ИЗВЕШТАЈ

Техничко решење „Софтвер за ламинарно струјање флуида и пренос топлоте“-ПАК-Ф аутора: Милош Којић, Ненад Филиповић, Мирослав Живковић, Радован Славковић, Ненад Грујовић, реализован 2005-2007 године, приказан је на 10 страница формата А4, писаних 11 фонтом, 1 проредом, садржи 4 слике. Састављено је следећих поглавља:

1. Опис проблема који се решава техничким решењем
2. Стање решености проблема у свету – приказ и анализа постојећих решења
3. Суштина техничког решења
4. Детаљан опис техничког решења теоријске основе као и верификациони пример (укључујући и пратеће илустрације)
5. Литература

Техничко решење припада области научно-технолошких услуга, пројектовање и развој компјутерског софтвера (класа 42)

Наручилац техничког решења је **Министарство науке Републике Србије**, реализовано је у оквиру рада на пројекту: *TR6209– Развој компјутерских метода и софтвера за моделирање и симулације у области општег и биомедицинског инжењеринга, 2005-2007,*

Основне идеје као и резултати овог техничког решења објављивани су у међународним часописима и излагани на међународним и домаћим научним скуповима. Примена предложеног техничког решења реализована је у Институту за водопривреду "Јарослав Черни" и Клиничком центру Крагујевац.

МИШЉЕЊЕ

Аутори техничког решења „Софтвер за ламинарно струјање флуида и пренос топлоте“ - ПАК-Ф су јасно приказали, теоријски обрадили и имплементирали комплетну структуру техничког решења.

Развијени софтвер је написан на основу стандардних и новијих теоријских формулација механике флуида, а у циљу:

- аутоматизације прорачуна струјања флуида,
- веће поузданости тражених резултата,
- одређивање смичућих напона и притисака у сложеним геометријама
- стабилност за спрегнуте конвективно дифузне проблеме

На основу описа техничког решења могу се донети следећи закључци:

1. Развијени софтвер ПАК-Ф у поређењу са другим комерцијалним софтверима који су били доступни, има сличне могућности и даје поуздане резултате при нумеричким прорачунима. Треба нагласити да су поред стандардних метода у програмски пакет ПАК-Ф уграђене и савремене методе стабилности прорачуна конвективно дифузних процеса 3Д проблеме.
2. Софтвер ПАК-Ф је развијан према утврђеном програмском задатку, усвојеном на основу анализе потреба Института Јарослав Черни и Клиничког центра Крагујевац, могућности других комерцијалних софтвера, као и експертског знања великог броја истраживача који су учествовали у развоју софтвера.
3. Упутство је урађено по узору на упутства познатих произвођача комерцијалних софтвера, а која подразумевају: теоријске поставке, упутства за коришћење софтвера, као и упутства са урађеним примерима. Треба нагласити да је у оквиру теоријских основа дат шири преглед теорије, са циљем да корисник лакше савлада суштину развијеног софтвера и лакше га примењује.
4. Велики број решених примера развијеним софтверским пакетом ПАК-Ф и упоређивање резултата са резултатима добијеним коришћењем познатих светских софтверских пакета, показују велике могућности програма ПАК-Ф и поузданост његове примене у решавању сличних реалних

проблема. Такође развијени софтвер даје могућност нумеричког прорачуна параметара механике флуида конкретних геометрија произвољног облика, чиме се превазилазе ограничења апроксимативних аналитичких решења применљивих само на једноставне геометријске облике.

Дакле, „Софтвер за ламинарно струјање флуида и пренос топлоте“- ПAK-Ф има значајно место као компјутерска методологија у анализи струјања флуида са провођењем топлоте. Са задовољством предлажемо да се „Софтвер за ламинарно струјање флуида и пренос топлоте“- ПAK-Ф прихвати као ново техничко решење.

3.06.2010., у Крагујевцу


Др Небојша Јовић, ванр. проф.


Др Слободан Савић, доцент



Универзитет у Крагујевцу
Машински факултет у Крагујевцу
Број : **ТР-43/2010**
10. 06. 2010. године
Крагујевац

Наставно-научно веће Машинског факултета у Крагујевцу на својој седници од 10. 06. 2010. године на основу члана 200. Статута Машинског факултета, донело је

О Д Л У К У

Усвајају се позитивне рецензије техничког решења „Софтвер за ламинарно струјање флуида и пренос топлоте ПАК-Ф“, аутора **Др Милоша Којића, др Ненада Филиповића, др Радована Славковића, др Мирослава Живковића и др Ненада Грујовића.**

Решење припада класи **M85**, према класификацији из Правилника о поступку и начину вредновања, и квантитативном исказивању научноистраживачких резултата истраживача, ("Сл. гласник РС", бр. 38/2008).

Рецензенти су:

1. **Др Небојша Јовичић, ванредни професор, Машински факултет Крагујевац**
2. **Др Слободан Савић, доцент, Машински факултет Крагујевац**

Достављено:
Ауторима
Архиви



ДЕКАН МАШИНСКОГ ФАКУЛТЕТА

Др Мирослав Бабић, ред. проф.